

T E C H N I S C H E U N I V E R S I T Ä T B R A U N S C H W E I G
Institut für Baukonstruktion und Holzbau
Prof. Dr.-Ing. Martin H. Kessel

Abschlussbericht

DFG-Geschäftszeichen: KE 901/5-1

**Untersuchung des Tragverhaltens ausgesteifter, auf Druck und
Biegung beanspruchter Holzstäbe**

Im Mai 2012

1. Allgemeine Angaben

1.1 DFG-Geschäftszeichen

DFG-Geschäftszeichen: KE 901/5-1

1.2 Antragsteller

Prof. Dr.-Ing. Martin H. Kessel

1.3 Institut/Lehrstuhl

Technische Universität Braunschweig
Institut für Baukonstruktion und Holzbau iBHolz
Schleinitzstraße 21a
38106 Braunschweig
Tel.: (0531) 3917801
Fax: (0531) 3918193
e-mail: m-h.kessel@tu-bs.de

1.4 Thema des Projekts

Untersuchung des Tragverhaltens ausgesteifter, auf Druck und Biegung beanspruchter Holzstäbe

1.5 Berichtszeitraum, Förderungszeitraum insgesamt

01. April 2010 bis 31. März 2012

1.6 Publikationen

- a) –
- b) Kessel, M. H. (2010): *Räumliches Tragverhalten von Nagelplattenkonstruktionen*. Tagungsband 14. Dresdner Baustatik-Seminar, S. 197-212, Dresden

Kessel, M. H.; Gerloff, M. (2012): *Eine analytische Lösung des ausgesteiften imperfekten Biegestabes aus Brettschichtholz*. Tagungsband Doktorandenkolloquium Holzbau Forschung + Praxis, S. 125-132, Stuttgart

- c) -

2. Arbeits- und Ergebnisbericht

2.1 Ausgangsfragen und Zielsetzung des Projekts

Holztragwerke in Form von Satteldächern, Pult- und Flachdächern und Brücken können zum Zweck der statischen Analyse in der Regel in Primär- und Sekundärtragsysteme aufgeteilt werden. Aufgabe der ebenen Primärsysteme (Druckstäbe, Biegeträger, Rahmen, Bogen, Fachwerke, ...) ist es, allen äußeren Kräften (Eigengewicht, Schnee, Wind), die in ihrer Ebene wirken, ausreichenden Widerstand zu leisten.

Der Grenzzustand der Tragfähigkeit der Primärsysteme kann sich erstens aus dem Verlust der stabilen Lage in ihrer Ebene, zweitens aus der Materialfestigkeit und drittens aus der Gefahr des durch Imperfektionen verursachten Knickens, Kippens und Biegedrillknickens in und aus ihrer Ebene ergeben. Für die Prognose aller drei Grenzzustände sind diverse Berechnungsverfahren bekannt, so z. B. für Drittens die Bestimmung von Ersatzstablängen im Rahmen des k_c -Verfahrens.

Da die Primärsysteme immer auch imperfekt in dem Sinne sind, dass ihre Systemebene nicht lotrecht ausgerichtet ist, sie also schräg stehen, und dass sie insgesamt und ihre Bauteile Vorkrümmungen aus ihrer Ebene aufweisen, können die Primärsysteme die ihnen zugedachte Aufgabe erst dann übernehmen, wenn sie in ein auch senkrecht zu ihrer Ebene steifes Tragsystem, das als Sekundärssystem bezeichnet wird, eingebunden sind. Das Sekundärssystem umfasst in der Regel zwei Primärsysteme und die diese beiden verbindenden Stäbe und ist eben oder räumlich.

Im Unterschied zu den Primärsystemen gibt es für die Prognose der Grenzzustände der Sekundärssysteme im Holzbau (wie übrigens auch im Stahlbau) nur für zwei einfachste Primärsysteme, den Eulerstab II mit konstanter Normalkraft und den gabelgelagerten Biegestab mit konstantem Biegemoment, analytisch basierte Berechnungsverfahren.

Gegenstand der Untersuchung war daher das durch Imperfektionen verursachte geometrisch nichtlineare Tragverhalten von Sekundärssystemen. Für einige durchaus komplexe Primärsysteme konnten auf der Grundlage eines elastischen Materialgesetzes auf analytischem Wege Lösungen gefunden werden, die das Tragverhalten der zugehörigen Sekundärssysteme beschreiben und damit die Berechnung der zusätzlichen Beanspruchungen der zum Sekundärssystem gehörenden Primärsysteme und der Beanspruchungen der sie verbindenden Bauteile ermöglichen. Besonderer Wert wurde dabei auf die Entwicklung eines übersichtlichen, mechanisch nachvollziehbaren und mathematisch begründeten Berechnungskonzepts gelegt.

In dem folgenden Berechnungskonzept wird nicht vom Gleichgewicht am verformten, sondern am imperfekten statischen Modell ausgegangen. Die zusätzlichen elastischen Verformungen werden dann näherungsweise dadurch berücksichtigt, dass sie zum Zweck der Superposition als affin zu den angenommenen Imperfektionen betrachtet werden.

Durch numerische Vergleichsrechnungen mit der Methode der Finiten Elemente wurden die Ergebnisse der analytischen Berechnung überprüft.

2.2 Beschreibung der durchgeführten Arbeiten

Die Lösungen der in den Technischen Baubestimmungen beschriebenen Verfahren ergeben sich aus den Gleichgewichtsbedingungen für den verformten Biegestab. Es handelt sich also um geometrisch nichtlineare Verfahren, im einfachsten Fall um Verfahren nach Theorie zweiter Ordnung. Die Anwendung solcher Verfahren in der Ingenieurpraxis ist jedoch nicht einmal für den seitlich gestützten Druckstab des Eulerstab II mit konstanter Normalkraft üblich, obwohl er sich durch ein einfaches ebenes Modell beschreiben lässt. Vielmehr wird im einfachsten Fall die Aussteifungslast als konstant wirkend angenommen, was mechanisch nicht richtig ist, und ihre Größe durch Gleichgewicht am imperfekten und verformten Druckstab bestimmt. Dabei ist die eigentlich unbekannte Verformung nicht Variable im Sinne einer geometrisch nichtlinearen Theorie, sondern eine vorgegebene Form und Größe, die gewährleistet, dass die Stützung ausreichend steif und damit der Abstand der Druckkraft von der kritischen Kraft ausreichend groß ist. Die Aussteifungslast wird also nicht geometrisch nichtlinear (z. B. nach Theorie zweiter Ordnung), sondern geometrisch linear nach Theorie erster Ordnung bestimmt.

Nun ist das Modell des seitlich gestützten Biegestabs aus zwei Gründen wesentlich komplexer als das des Druckstabs: Erstens kann das Modell nicht eben, sondern muss räumlich sein und zweitens liegt die Stabachse im Allgemeinen weder in der Wirkungsebene der Vertikallast noch in der Wirkungsebene der Aussteifungslast. In der Ingenieurpraxis wird also ein geometrisch nichtlineares Verfahren für den Biegestab sicherlich noch seltener angewendet als für den Druckstab. Daher wird im Folgenden zum Nachweis der Wirksamkeit der seitlichen Stützung des Biegestabs und zur Berechnung ihrer Beanspruchungen eine Vorgehensweise gewählt, die der in der Ingenieurpraxis für den Druckstab üblicherweise angewendeten Vorgehensweise ähnelt. Die Gleichgewichtsbedingungen werden für den imperfekten Biegestab nach Theorie erster Ordnung aufgestellt. Die Form der Imperfektion, aus Vorkrümmung und Vorverdrillung bestehend, wird entsprechend der untersten Eigenform gewählt und ihre Größe vorgegeben und dafür die Aussteifungslast und das in diesem Fall wichtige Torsionsmoment in Form und Größe bestimmt.

Dazu wurde zuerst eine Steifigkeitsmatrix entwickelt, die die Imperfektionen und Verformungen der Stäbe berücksichtigt. Anschließend wurde über mehrere Zwischenschritte eine analytische Lösung nach Theorie 1. Ordnung für einen durch einen Aussteifungsträger seitlich ausgesteiften Einfeldbiegestab mit konstanter Linienlast entwickelt. Parallel wurden FE-Modelle entwickelt, die die Randbedingungen der jeweiligen analytischen Lösung berücksichtigten. Durch Parametervariationen der FE-Modelle wurden die analytischen Lösungen verifiziert.

Unter der Voraussetzung, dass die Form der Summe aus Imperfektion und Verformung ausreichend ähnlich zur Imperfektion ist, wurde die Lösung nach Theorie 1. Ordnung zur schrittweisen Näherung genutzt, um eine Aussage über Form und Größe der Aussteifungslast und des Torsionsmomentes (Theorie 2. Ordnung) zu erhalten.

Weiterhin wurden Fachwerkbinder analysiert, die durch einen Aussteifungsträger seitlich ausgesteift werden. Dazu wurde abschnittsweise das Gleichgewicht am imperfekten Fachwerkbinder gebildet. So konnte eine Lösung nach Theorie 1. Ordnung gefunden werden. Parallel wurden numerische Modelle entwickelt, die die jeweiligen Randbedingungen berücksichtigten. Abschließend wurde ein vereinfachtes Bemessungskonzept entwickelt.

2.3 Darstellung der erreichten Ergebnisse

2.3.1 Fachwerkträger

Für den in Abb. 1 dargestellten parallelgurtigen Fachwerkträger mit einer konstanten Linienlast $q_z(x)=q_z$ lässt sich die Normalkraft $O(x)$ des Obergurtes für eine Feldweite $a \rightarrow 0$ in der Form

$$O(x) = \frac{1}{2h} (Lx - x^2) q_z \quad (1)$$

darstellen und zeigt einen parabelförmigen Verlauf.

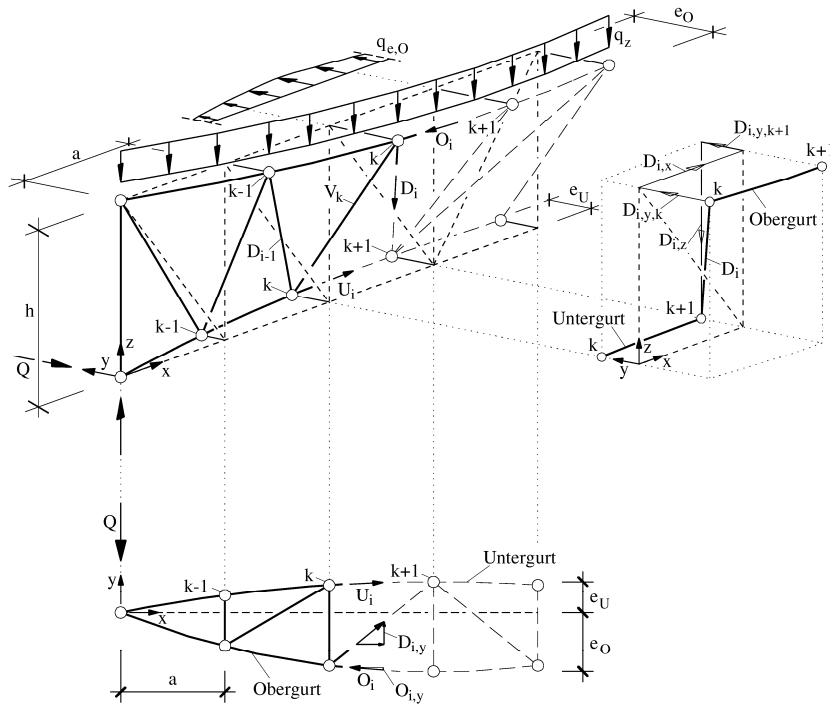


Abb. 1 Beanspruchungen und Schnittkräfte des imperfekten Primärsystems

Die Komponente $D_{i,z}$ der Diagonalkraft D_i eines Fachwerkfeldes i , das durch die Knoten k und $k+1$ begrenzt wird, ist für eine Feldweite $a_i=a \rightarrow 0$ gleich der Querkraft $Q_z(x)$ des Fachwerkträgers mit

$$Q_z(x) = \left(\frac{L}{2} - x \right) q_z. \quad (2)$$

Ist der Fachwerkträger imperfekt durch eine Vorkrümmung $e_o(x)$ des Obergurtes und einer Vorkrümmung $e_u(x)$ des Untergurtes, jeweils in Form einer Sinushalbwellen, bestimmt sich die Seitenlast $q_{e,o}(x)$ der Kräftegruppe $(q_{e,o}(x), Q_{e,o}(x))$ an der Stelle x , die den Obergurt stützt, aus dem Momentengleichgewicht um die globale x -Achse

$$\sum M_x = 0: \int_0^x q_{e,o} h d\bar{x} = \int_0^x e_o q_z d\bar{x} - O_y h + Q_z e_o - Q_y h. \quad (3)$$

Darin ist

$$O_y(x) = \frac{de_o}{dx} O(x), \quad Q_y(x) = \frac{e_o(x) + e_u(x)}{h} Q(x), \quad Q_z(x) \equiv Q(x). \quad (4)$$

Die Ableitung der Gleichung (3) liefert dann

$$q_{e,o} = \underbrace{\frac{e_o}{h} q_z}_{q_{e,o,1}} - \underbrace{\frac{d}{dx} \left(\frac{de_o}{dx} O \right)}_{q_{e,o,2}} - \underbrace{\frac{d}{dx} \left(\frac{e_u}{h} Q \right)}_{q_{e,o,3}} \quad (5)$$

mit

$$q_{e,o,1} = \frac{e_o}{h} q_z \cdot \sin \frac{\pi}{L} x,$$

$$q_{e,o,2} = \frac{e_o}{h} \frac{q_z}{2} \frac{\pi}{L} \left[(L-2x) \cos \frac{\pi}{L} x - \frac{\pi}{L} (Lx - x^2) \sin \frac{\pi}{L} x \right], \quad (6)$$

$$q_{e,o,3} = \frac{e_u}{h} \frac{q_z}{2} \frac{\pi}{L} (L-2x) \cos \frac{\pi}{L} x - \frac{e_u}{h} q_z \sin \frac{\pi}{L} x.$$

Die Umlenkraft $q_{e,u}(x)$ des Untergurtes, die aus den räumlichen Versetzungen der Stäbe folgt, bestimmt sich zu

$$q_{e,U} = Q_z \underbrace{\frac{d}{dx} \left(\frac{e_o}{h} \right)}_{q_{e,U,1}} + \underbrace{\frac{d}{dx} \left(\frac{de_U}{dx} U \right)}_{q_{e,U,2}} \quad (7)$$

mit

$$q_{e,U,1} = \frac{e_o}{h} \frac{q_z}{2} \frac{\pi}{L} (L - 2x) \cos \frac{\pi}{L} x, \quad (8)$$

$$q_{e,U,2} = \frac{e_U}{h} \frac{q_z}{2} \frac{\pi}{L} \left[(L - 2x) \cos \frac{\pi}{L} x - \frac{\pi}{L} (Lx - x^2) \sin \frac{\pi}{L} x \right].$$

Ist der Fachwerkträger nur durch eine Schrägstellung imperfekt, ergibt sich eine ihn stützende Seitenlast

$$q_{\varphi,0} = \varphi q_z. \quad (9)$$

Zur Berechnung der vollständigen Beanspruchungen $q_{e,0}(x)$ und $q_{e,U}(x)$ müssen die vollständigen Verformungen $v_o(x)$ und $v_U(x)$ bekannt sein. Eine einfache analytische Berechnung ist jedoch auf Grund der kompliziert zusammengesetzten Funktionen für $q_{e,0}(x)$ und $q_{e,U}(x)$ und des zu erwartenden nicht affinen Verlaufs der resultierenden Schnittgrößen noch nicht möglich. Daher kann auch keine Mindeststeifigkeit B des Verbandes angegeben werden.

Es gibt z.Z. nur die Möglichkeit einer Abschätzung unter der Bedingung, dass die Verformungen bekannt sind, zum Beispiel in Form der Größtwerte

$$e + v = \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\phi_1} \right) L \text{ und } \varphi^* = \varphi + \frac{1}{\phi_2} \quad (10)$$

mit

ϕ_1 – Verformungsbegrenzung der Krümmung und

ϕ_2 – Verformungsbegrenzung der Schrägstellung.

Für eine Last $q_z(x)$ in Form einer Sinushalbwellen kann so eine Seitenlast

$$q_{e\varphi,0} = \varphi^* q_z + \frac{e_o + v_o}{2h} q_z - \frac{3}{2} \frac{(e_o + v_o) + (e_U + v_U)}{h} q_z \cos \frac{2\pi}{L} x \quad (11)$$

angegeben werden.

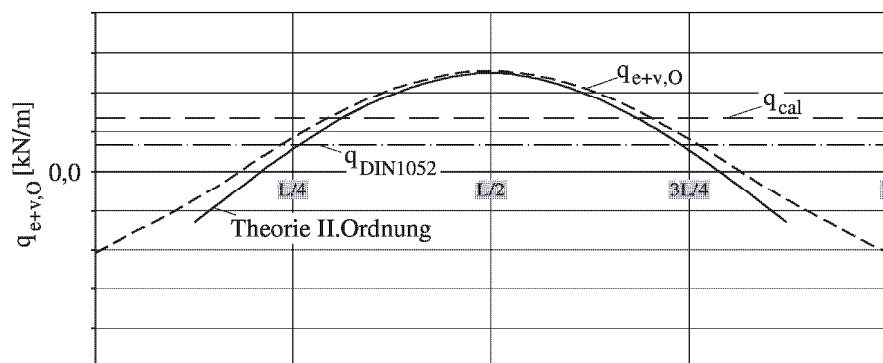


Abb. 2 Vergleich der Seitenlast $q_{e+v,0}$ nach Gl. 11 ($e_o=L/400$, $v_o=L/500$, $e_U+v_U=v_{U,Th.2.O.}$) und nach Th.2.O. ($e_o=L/400$, $v_o=L/500$, $e_U=0$) bei Druckdiagonalen

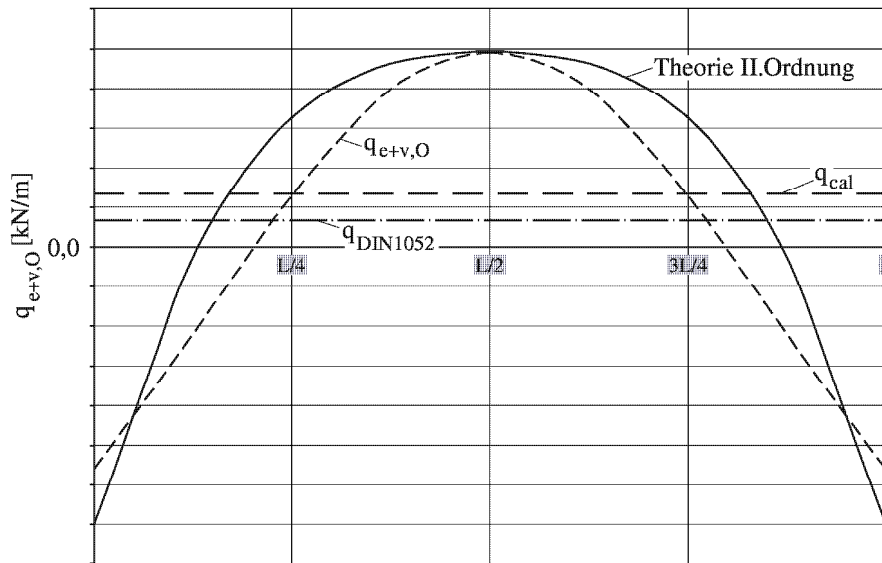


Abb. 3 Vergleich der Seitenlast $q_{e+v,0}$ nach Gl. 11 ($e_0=L/400$, $v_0=L/500$, $e_U+v_U=v_{U,Th.2.O.}$) und nach Th.2.O. ($e_0=L/400$, $v_0=L/500$, $e_U=0$) bei Zugdiagonalen

Zur praxisgerechten Bemessung wird eine äquivalente konstant verteilte Seitenlast q_{cal} angegeben, die im Verband dasselbe maximale Moment $M_{z,max}$ (aber nicht dieselbe Durchbiegung) erzeugt wie die Seitenlast nach Gleichung 11. Diese ist für Fachwerkträger mit Druckdiagonalen jedoch nicht für Fachwerkträger mit Zugstäben anwendbar, siehe dazu Abb. 2 und Abb. 3.

Für einen Fachwerkträger mit Druckdiagonalen und $e_0=L/400$, $e_U=0$, $v_0=L/500$, $v_U=L/500$ und $\varphi^* = 1/200 + 1/150$ folgt

$$q_{cal} = \left(\frac{7}{600} + \frac{L}{173h} \right) q_z \quad (12)$$

2.3.2 Brettschichholzträger

Für den vorgekrümmten und vorverdrillten Biegestab aus Brettschichholz in Abb. 4, der als Einfeldträger durch eine konstante vertikale Linienlast auf Biegung beansprucht wird, der horizontal durch einen Aussteifungsträger ausgesteift und an den Enden gabelgelagert ist, wurde eine analytische Lösung entwickelt.

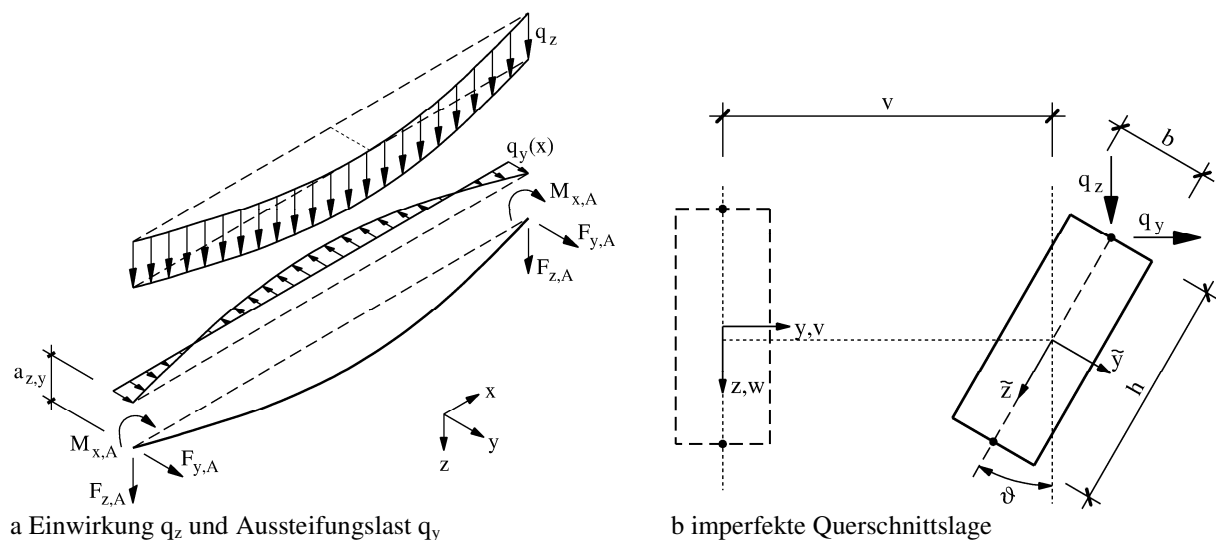


Abb. 4 Ausgesteifter imperfekter Biegestab

Die Beanspruchungen eines solchen Aussteifungsträgers wurden zuletzt von Friemann und Stroetmann (1998) behandelt, die die Verformungen durch eine Fourierreihe annäherten und dann die Aussteifungslasten aus den

Reihengliedern zurückrechnet. Ein weiteres Verfahren wurde von Krahwinkel (2001) für die im Stahlbau üblichen I-Profile entwickelt, aber nicht auf die im Holzbau üblichen Rechteckprofile übertragbar ist. Weiterhin gibt es die Möglichkeit einer Bestimmung am FE-Modell wie es z.B. von Kessel und Kühl (2010) beschrieben wird.

Grundlage der gewonnenen Gleichungen ist wie beim zuvor beschriebenen Fachwerkträger eine geometrisch lineare Theorie, wobei das Gleichgewicht und zusätzlich die linearen Stoffgleichungen am imperfekten Biegestab angeschrieben werden und nicht wie in der Theorie 2. Ordnung am verformten Biegestab. Da für die Verdrillung und die Krümmung nur die linearen Verformungs-, oder besser gesagt, Imperfektionsanteile berücksichtigt werden, ist die Gültigkeit aber auf kleine Verformungen begrenzt.

Für Vorkrümmungen und Vorverdrillungen, als Imperfektionen, in Form einer Sinushalbwellen konnte folgende Lösung für eine Aussteifungslast gefunden werden:

$$q_y(x) = \begin{pmatrix} -C_1 \frac{C_2^2}{L^2} \cosh\left(C_2 \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2}\right)\right) - C_3 \frac{\pi^4}{L^4} \sin \frac{\pi}{L} x \cdot \frac{1}{2} (Lx - x^2) \\ + (2C_3 - C_4) \frac{\pi^3}{L^3} \cos \frac{\pi}{L} x \cdot \frac{1}{2} (L - 2x) - (C_3 - 2C_4 - C_5) \frac{\pi^2}{L^2} \sin \frac{\pi}{L} x \end{pmatrix} \quad (13)$$

mit

$$C_1 = \frac{C_4 \frac{\pi}{2}}{\cosh\left(-\frac{C_2}{2}\right)}, \quad C_2 = L \sqrt{\frac{K_1}{K_2}}, \quad C_3 = \frac{K_3}{K_1 + \frac{\pi^2}{L^2} K_2}, \quad C_4 = \frac{K_4 + 2C_3 \frac{\pi^2}{L^2} K_2}{K_1 + \frac{\pi^2}{L^2} K_2}, \quad C_5 = \frac{K_5 - 2C_4 \frac{\pi^2}{L^2} K_2 + C_3 \frac{\pi^2}{L^2} K_2}{K_1 + \frac{\pi^2}{L^2} K_2}$$

mit

$$K_1 = \frac{1}{B} + \frac{1}{EI_z}, \quad K_2 = \frac{a_{z,y}^2}{GI_T}, \quad K_3 = q_z a_{z,y} e \left(\frac{1}{GI_T} - \frac{1}{EI_y} \right) - q_z t \frac{L^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{EI_z} - \frac{1}{EI_y} \right), \quad K_4 = q_z a_{z,y} e \frac{1}{EI_y},$$

$$K_5 = -q_z a_{z,y} \frac{1}{GI_T} t \frac{h}{2}.$$

mit

- B – Biegesteifigkeit des Aussteifungsträgers um die z - Achse
- EI_z – Biegesteifigkeit des Biegestabs um die geplante z - Achse
- EI_y – Biegesteifigkeit des Biegestabs um die geplante y - Achse
- GI_T – Torsionsschubsteifigkeit um die geplante x - Achse
- L – Länge des Biegestabs
- h – Höhe des Biegestabs
- $a_{z,y}$ – Koppelhöhe der horizontalen Aussteifung bezüglich der Schwerachse des Biegestabs
- q_z – Linienlast
- e – Amplitude der Vorkrümmung des Biegestabs
- t – Amplitude der Vorverdringung des Biegestabs

Eine Auswertung von Gleichung 13 liefert für die im Folgenden beispielhaft gewählten Parameter die in den Abbildungen 5 und 6 dargestellten Verläufe.

Für den Vergleich der Verfahren wurden die folgenden Parameter gewählt:

$$L = 18,00 \text{ m}, \quad h = 1,50 \text{ m}, \quad b = 0,15 \text{ m}, \quad q_z = 10 \text{ kN/m}, \quad a_{z,y} = -0,75 \text{ m}, \quad GI_T = 1,14 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2, \quad EI_y = 4,89 \cdot 10^5 \text{ kN/m}^2,$$

$$EI_z = 4,89 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2, \quad B = 4,89 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2, \quad e = 22,5 \text{ mm}, \quad t = 30,0 \text{ mrad}$$

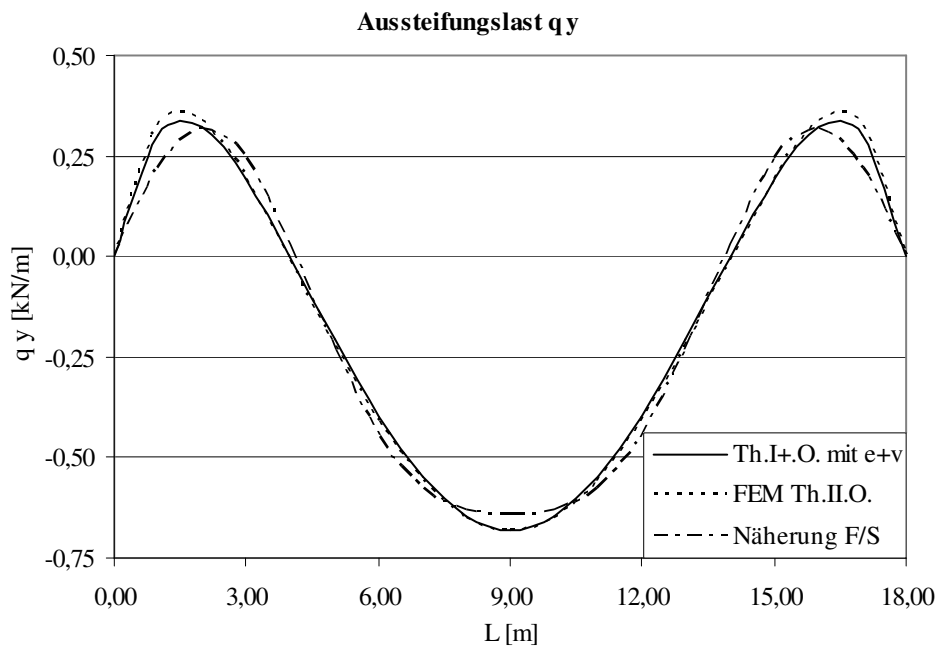


Abb. 5 Aussteifungslast für den seitlich gestützten Biegestab

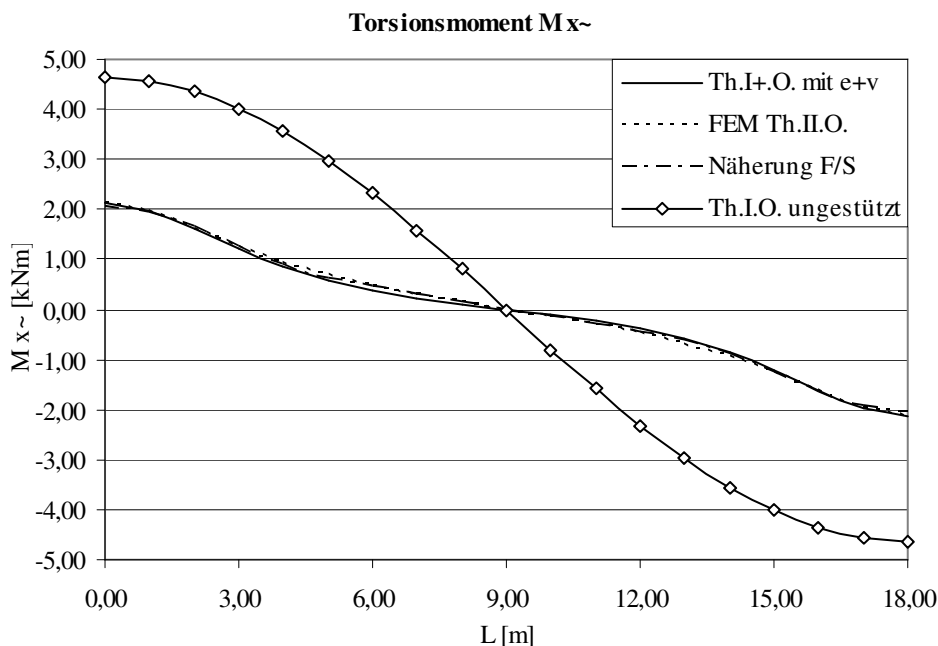


Abb. 6 Torsionsmoment des seitlich gestützten und zum Vergleich des ungestützten Biegestabs

Abbildung 5 zeigt den Verlauf der Aussteifungslast zwischen dem Biegestab und dem Aussteifungsstab für eine Berechnung mittels Gleichung 13, eine Vergleichsrechnung mittels FEM und eine Vergleichsrechnung mittels der von Friemann und Stroetmann beschriebenen Näherungslösung. Dabei zeigt sich eine gute Übereinstimmung der gefundenen Lösung mit der numerischen Lösung auf Basis der FEM, bei der es sich, anders als in der DIN 1052 zu Grunde gelegt, um keinen konstanten Verlauf handelt. Deutlich erkennbar ist, dass die Wirkungsrichtung über die Trägerlänge mehrfach wechselt und an den Auflagern zu null wird. Die größte Beanspruchung ist in Feldmitte und in der Nähe der Auflager zu erwarten.

Abbildung 6 zeigt dem Verlauf des Torsionsmoments im Biegestab für eine Berechnung auf Basis von Gleichung 13, eine Vergleichsrechnung mittels FEM und eine Vergleichsrechnung mittels der von Friemann und Stroetmann beschriebenen Näherungslösung. Zusätzlich ist das Torsionsmoment eines ungestützten Biegestabs

nach Theorie 1. Ordnung eingetragen. Die Ergebnisse nach Gleichung 13 und auf Basis der FEM zeigen eine gute Übereinstimmung. Es zeigt sich, dass die Torsionsbeanspruchung der Gabellager des gestützten Biegestabs gegenüber dem ungestützten Biegestab um ca. 50% reduziert, jedoch nicht vollständig aufgehoben wird.

2.3.3 Literatur

Friemann, H.; Stroetmann, R. (1998): *Zum Nachweis ausgesteifter biegedrillknickgefährdeter Träger*. Der Stahlbau 67, Heft 12, S. 936-954

Krahwinkel, M. (2001): *Zur Beanspruchung stabilisierender Konstruktionen im Stahlbau*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 4 Bauingenieurwesen, Nr. 166. Düsseldorf: VDI-Verlag

Kessel, M. H.; Kühl, A. (2010): *Zum räumlichen Tragverhalten imperfekter Flachdachträger aus Brettschichtholz*. Tischvorlage Spiegelausschuss Holzbau

2.4 Ausblick auf zukünftige Arbeiten

Die bisher entwickelten Lösungen erlauben es, das Tragverhalten einzelner imperfekter Fachwerkträger und Biegestäbe zu beschreiben, die sich auf einen separaten Aussteifungsträger abstützen. Der nächste Schritt muss es sein, das Tragverhalten von Biegeträgern und Fachwerkträgern zu bestimmen, die in der Regel paarweise durch verbindende Stäbe ein räumliches Sekundärsystem bilden. Für den Brettschichtholzträger ist ferner erforderlich, die aus dem vertikalen Auflager, der Gabellagerung und der seitlichen Aussteifung resultierenden Schubbeanspruchungen im auflagnahen Bereich zu bestimmen.

2.5 Stellungnahme bezüglich der wirtschaftlichen Verwertbarkeit

Durch die in dieser Arbeit gefundenen Ergebnisse können die Beanspruchungen räumlicher imperfekter Biegestäbe und Fachwerkträger und ihrer Aussteifungskonstruktionen erstmals auf der Grundlage einer mechanisch konsistenten und analytischen Beschreibung bestimmt werden. Dadurch kann auf aufwändige räumliche FEM-Analysen verzichtet und die Grenzen von praxisüblichen Abschätzungen der Beanspruchungen angegeben werden. Letzteres kann zu einer Erhöhung der Tragsicherheit der Konstruktionen beitragen.

2.6 Am Projekt beteiligte Mitarbeiter und Kooperationspartner

Prof. Dr.-Ing. Martin H. Kessel (Antragsteller)

Dipl.-Ing. Michael Gerloff (Projektmitarbeiter)

2.7 Qualifikation des wissenschaftlichen Nachwuchses im Zusammenhang mit dem Projekt

Promotion

3. Zusammenfassung

3.1 Allgemeinverständliche Darstellung der wichtigsten wissenschaftlichen Fortschritte und ggf. ihrer Anwendungsaspekte

Im Rahmen der Forschungsarbeit wurde das Tragverhalten von ausgesteiften Holzstäben und Fachwerkträgern untersucht.

Ausgangspunkt war einerseits das aus dem Energiefunktional des druck- und biegebeanspruchten Stabs hergeleitete gekoppelte Differentialgleichungssystem und die zugehörigen Randbedingungen, die das Tragverhalten des Stabs unter beliebigen Beanspruchungssituationen und Lagerungsbedingungen beschreiben. Andererseits wurde das Gleichgewicht am ausgesteiften imperfekten Biegestab bestimmt und mit dem Energieergebnis abgestimmt. Die Ergebnisse für Fachwerkträger wurden ausschließlich aus dem Gleichgewicht am ausgesteiften imperfekten System bestimmt.

Für ausgesteifte imperfekte Biegestäbe konnte eine Lösung gefunden werden, die das Tragverhalten nach Theorie 1. Ordnung beschreibt. Unter der Voraussetzung eines affinen Verlaufs von Imperfektion und Verformung kann durch Iteration eine Lösung nach Theorie 2. Ordnung angenähert werden.

Ferner konnte für ausgesteifte imperfekte parallelgurtige Fachwerkträger eine Lösung gefunden werden, die das Tragverhalten nach Theorie 1. Ordnung beschreibt. Unter der Voraussetzung eines affinen Verlaufs von Imperfektion und Verformung kann für beschränkte Verformungen eine aussteifende Seitenlast angegeben werden. Für die praxismgerechte Bemessung wird eine konstante kalkulatorische Seitenlast angegeben.

3.2 „Überraschungen“ im Projektverlauf und bei den Ergebnissen

Als eine Überraschung kann das Ergebnis in Abb. 3 bezeichnet werden. Die Beanspruchungen der Aussteifungskonstruktion können für Fachwerkträger mit Zugdiagonalen wesentlich größer sein als mit Druckdiagonalen, was bislang in den geltenden Technischen Regeln nicht berücksichtigt wird.

3.3 Hinweise auf mögliche Erfolgsberichte in den Publikationsmedien

keine